التمرين الأول :(04.5 نقاط)

في الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس المباشر $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(3;1;0)$, $B(1;2;0)$, $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$ حيث m عدد حقيقي موجب

1) أ) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ ثم استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos A\hat{B}C$ و $\sin A\hat{B}C$.

ب) احسب مساحة المثلث ABC.

2) بين أن الشعاع $\vec{n}(1;2;-2)$ ناظمي للمستوي (ABC)ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

3) بين أن $ABCD$ رباعي وجوه و أن حجمه : $v_{ABCD}=\frac{2m+5}{6}$.

4) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء و التي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$.

بين أنه من أجل عدد حقيقي m فإن (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

5) عين قيمة m حتى يكون المستوي (ABC) مماسا لسطح الكرة (S_m).

6) أكتب معادلة المستوي (P) الموازي تماما للمستوي (ABC) و يمس (S_m).

التمرين الثاني :(04.5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z المركب التالية : $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$, نعتبر النقط A, B , C و D لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_B=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$, $Z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $Z_D=\overline{Z_C}$.

بين أن النقط A, B , C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $Z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها .

3) لتكن النقطة E نضيرة النقطة D بالنسبة للمبدأ O .

أ) بين أن : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .

ب) بين أنه يوجد دوران R مركزه النقطة B ويحول النقطة E إلى النقطة C يطلب تعيين زاويته .

4) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث :

$Z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}(Z+i\sqrt{3})$.

أ) عين طبيعة S و عناصره المميزة.

ب) عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق : $Z=3+2\sqrt{3}e^{i\theta}$

حيث θ عدد حقيقي .

ت) عين طبيعة المجموعة (E') صورة (E) بالتحويل S و عناصرها الهندسية.

Nafouz

التمرين الثالث :(04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الارقام 0، 2،1،1 واربع كرات حمراء تحمل الارقام 2،2،1،1
نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كرات من الكيس

1) أحسب احتمال الحصول على :
   أ ثلاث كرات من نفس اللون
   ب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم
   ج ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1.
   أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي
   ب)أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين ارابع :(04 نقاط)

الجزء الأول : g دالة عددية معرفة على المجال $D=]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-\ln(x)$.

1) أوجد نهايتي الدالة g على يمين 0 و عند $+\infty$.
2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3) استنتج إشارة الدالة g .

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D=]0;+\infty[$ كالتالي : $f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln(x)}{x}$.

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) أ- أوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0. فسر هندسيا النتيجة الثانية .
   ب- بين أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة : $y=x+\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C) .
   جـ - ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى (Δ).
2) أ- تحقق أنه من أجل كل x ينتمي إلى D: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.
   ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها .
   جـ- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحني (C) عند النقطة $A(1;\frac{3}{2})$.
3) أثبت أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا αفي المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$.
4) ارسم المنحني (C) و المستقيمين (Δ) و (T).

الجزء الثالث: نضع من أجل x ينتمي إلى D: $h(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$.

1) احسب $h'(x)$. ما ذا تستنتج ؟
2) أوجد بالسنتيمترات المربعة S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C)وبالمستقيمات التي معادلاتها:
   $x=1\ ;\ x=e\ ;y=0$.

التمرين الأول: (5,04 نقاط)

1- ⓐ $\vec{AB}(2,-1,0)$ $\vec{BC}(2,0,1)$

3x $\vec{BA}\cdot\vec{BC}=4$

0,25 $\vec{BA}\cdot\vec{BC}=BA\cdot BC\cos\widehat{ABC}$

$\cos\widehat{ABC}=4/5$

2x $\cos^2 ABC+\sin^2 ABC=1$

0,25 ومنه $\sin ABC=3/5$

ب/ مساحة المثلث ABC

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\sin ABC$

0,5 $S_{ABC}=3/2$ (و م)

2/ $\vec{n}\cdot\vec{AB}=0$ و $\vec{n}\cdot\vec{BC}=0$

3x $(ABC): x+2y-2z-5=0$

0,25 3/ ABCD رباعي الوجوه

و $D\notin(ABC)$

0,25 $V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABC}\,d(D,(ABC))$

0,25 $V_{ABCD}=\frac{2m+5}{6}$ (ح م)

4/ $(S_m): (x-0)^2+(y-0)^2+(z-m)^2=9$

(S_m) سطح كرة مركزها D وطول

2x نصف قطرها $R=3$

0,25 5/ (ABC) مماسا لـ (S_m)

$d(D,(ABC))=R$

أي $m=2$ $\frac{2m+5}{3}=3$

0,5 قيمة m هي 2

6/ معادلة لـ (P) الموازي لـ (ABC)

و يمس (S_m)

$(P): x+2y-2z+d=0$

(ABC) يمس (S_2) التي مركزها

$D(0,0,2)$

(P) مماسا لـ (S_2) يعني $\frac{|-4+d|}{3}=3$

يعني $|-4+d|=9$ $(d=13)$ أو $(d=-5)$

0,5 معادلة لـ (P) هي

$x+2y-2z+13=0$

التمرين الثاني (5,04 نقاط)

0,1 1- $S=\{\sqrt{3}i, -\sqrt{3}i, 3+2i\sqrt{3}, 3-2i\sqrt{3}\}$

2/ A، B، C، D تنتمي إلى نفس الدائرة

(C) ذات المركز $\Omega(z_\Omega=3)$

0,5 $\Omega A=|z_A-z_\Omega|=|i\sqrt{3}-3|=2\sqrt{3}$

$\Omega B=\Omega C=\Omega D=2\sqrt{3}$

$\Omega A=\Omega B=\Omega C=\Omega D=2\sqrt{3}$

(C) دائرة مركزها $\Omega(3)$ وطول نصف

قطرها $R=2\sqrt{3}$

3/ ⓐ بين أن $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\pi/3}$

0,5

$z_B=3-2i\sqrt{3}$ ومنه $z_E=-3+2i\sqrt{3}$

$\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$

طبيعة المثلث BEC

0,25 لدينا: $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\pi/3}$ يعني $BC=BE$ و

$(\vec{BE},\vec{BC})=-\frac{\pi}{3}$

0,5 المثلث AEC متقايس الأضلاع

ب/ $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\pi/3}$ يعني $z_C-z_B=e^{-i\pi/3}(z_E-z_B)$

يوجد دوران R مركزه B وزاويته

0,5 $-\pi/3$ يحول النقطة E إلى C.

4/ أ- طبيعة S وعناصره:

0,75 (S) تشابه مباشر مركزه ω حيث $z_\omega = -i\sqrt3$ وزاويته $-\frac{\pi}{3}$ ونسبته 2.

ب/ $z = 3+2\sqrt3 e^{i\theta}$ معناه $z-3 = 2\sqrt3 e^{i\theta}$

أي $|z-3| = 2\sqrt3$ أي $rM = 2\sqrt3$

0,5 مجموعة النقط (E) هي دائرة مركزها r وطول نصف قطرها $R = 2\sqrt3$

ج/ طبيعة (E') صورة (E) بـ S وعناصرها.

0,5 صورة الدائرة (C) بالتشابه S هي دائرة (C') مركزها r' صورة r بـ S وطول نصف قطرها $R' = 2R = 2 \cdot 2\sqrt3 = 4\sqrt3$

$z_{r'} = 6 - 3i\sqrt3$

التمرين الثالث (04 نقاط)

عدد الحالات الممكنة: $C_8^3 = 56$

0,5 1) أ) $P_1 = \frac{C_4^3 + C_4^3}{56} =$

0,5 ب) $P_2 = \frac{C_4^3 + C_3^3}{56} =$

0,5 ج/ $P_3 = \frac{C_1^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{56} =$

2/ قيم المتغير العشوائي X هي: $\{0, 1, 2, 3\}$

0,25 أ) قانون احتمال المتغير العشوائي X

2×0,25

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

ب/ الأمل الرياضياتي:

0,25 $E(X) = \frac{84}{56} = 1,5$

التباين:

0,25 $V(X) = \frac{15}{28}$

الانحراف المعياري:

0,25 $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 0,73$

التمرين الرابع (07 نقاط)

الجزء الأول

2×0,25 1- $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$; $\lim_{x \to 0^{>}} g(x) = +\infty$

2- من أجل كل x من $]0,+\infty[$;

0,25 $g'(x) = \frac{2x^2-1}{x}$

0,25 الدالة g متناقصة تماما على $]0,\frac{\sqrt2}{2}]$ ومتزايدة تماما على $[\frac{\sqrt2}{2};+\infty[$

0,25

x	0		$\sqrt2/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(\frac{\sqrt2}{2})$	$\nearrow$	$+\infty$

$g(\sqrt2/2) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\ln 2 \simeq 1,85$

0,25 3- إشارة $g(x)$

الدالة g موجبة تماما على $]0,+\infty[$

الجزء الثاني

2×0,25 1) أ- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to 0^{>}} f(x) = -\infty$

0,25 حامل محور التراتيب هو مستقيم مقارب لـ (C)

0,25 ب/ $\lim_{x\to+\infty} f(x) - y = 0$

د/1 الوضع النسبي لـ (C) و (D)

$f(x) - y = \frac{\ln(x)}{x}$

لما $0 < x < 1$ يكون (C) تحت (Δ)

0,5 لما $x > 1$ يكون (C) فوق (Δ)

لما $x = 1$ فإن $(C) \cap (\Delta) = \{(1, \frac{3}{2})\}$

2/ م - لما $x \in]0, +\infty[$:

0,5 $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ن - 0,25 f متزايدة تماما على $]0,+\infty[$

x	0 $+\infty$
0,25 $f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

هـ - معادلة المستقيم (T) مماسا لـ (C) عند A

0,5 $(T) : y = 2x - \frac{1}{2}$

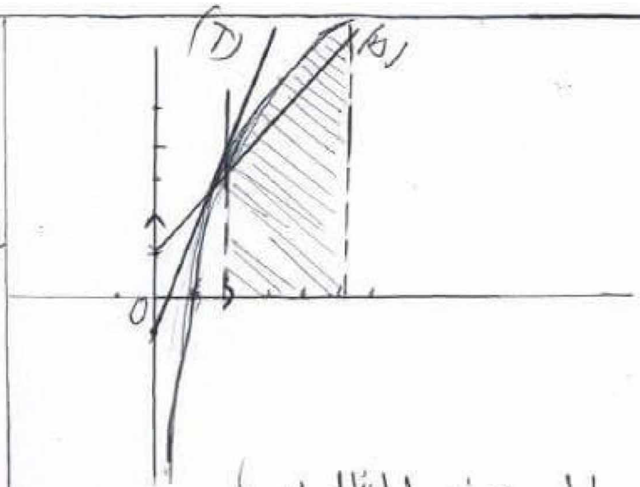
3/ $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]\frac{1}{2}, 1[$

$f(\frac{1}{2}) = 1 - 2\ln 2 \simeq -0{,}39$ و $f(1) = 3/2$

0,5 الدالة f مستمرة ورتيبة تماما على $[\frac{1}{2}, 1]$ و $f(\frac{1}{2}) \times f(1) < 0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد من $]\frac{1}{2}, 1[$ يحقق: $f(\alpha) = 0$

01



الجزء الثالث

$h(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}(\ln x)^2 : x > 0$

0,25 1 - حساب $h'(x)$ ماذا تستنتج ؟

h دالة قابلة للإشتقاق على D ومن أجل كل x من D :

$h'(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{x} \ln x$

$h'(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln x}{x}$

الإستنتاج $h'(x) = f(x),\ x > 0$

h دالة أصلية لـ f على D.

2 -

$S = \int_1^e f(x)\,dx \times 4\ cm^2$

0,5 $S = 4\,[h(x)]_1^e\ cm^2$

$S = (2e^2 + 2e - 2)\ cm^2$

$S \simeq 18{,}21\ cm^2$